

附錄 G 製作圓盤風扇陀螺—動手作

目的：

親自動手製作圓盤風扇陀螺，並進行轉動動態平衡及進動現象之觀測分析。

原理：

動態平衡與靜態平衡的主要差別在於它處於運動狀態，對於直線平移運動而言，通常動態平衡的物體在靜態也可維持平衡，但旋轉運動卻不一定，旋轉動態平衡的物體在靜態中不一定能維持靜態平衡。因為動態平衡除了考慮物體的軸向對稱性外，也繫於角動量方向與軸向的一致性，而剛體角動量 L 的原理式如下：

$$\vec{L} = I\vec{\omega} \quad (1)$$

其中 $I = \sum_i m_i r_i^2$ 表轉動慣量(m_i 為旋轉體質點質量， r_i 為質點至軸的距離)， ω 表角速度

尤其當繞軸旋轉角速度或轉動慣量增大時，角動量會變得相當大，將導致物體維持固定的軸向動態平衡，甚至原先無法維持靜態平衡的物體(即淨力矩不為零)，也可藉此方式維持固定的軸向旋轉動態平衡，這種軸向固定的平衡特性常運用於航行方向定位上。不過，當角動量變小時，則會呈現明顯的軸轉動。因淨力矩形成角動量變化，導致軸沿淨力矩方向轉動，即形成所謂的進動(cession)。我們可根據水平方向的陀螺儀(gyroscope)示意圖加以說明，如圖 1a 所示。當陀螺儀轉輪具有角動量 L_s ，同時，轉軸又因重力形成外力矩，此外力矩會產生角動量變化 ΔL ，由(2)式可判知角動量變化 ΔL 的方向朝向 +y 軸(即 \hat{j})。若對角動量進行向量作圖，則如圖 1b 所示。圖中顯示的總角動量 L_f 朝 \hat{j} 方向偏轉 $\Delta\phi$ 角度，換言之，沿角動量方向的軸也會朝 \hat{j} 方向偏轉。實際上，由於陀螺儀轉動角速度遠大於其進動角速度， L_s 遠大於 ΔL ，因此， ΔL 對於角動量大小的影響極小且形成的偏轉角度 $\Delta\phi$ 亦相當微小，瞬間角動量仍可視為定值。若外力矩持續存在，則轉軸才會持續偏轉，造成轉軸繞 \hat{k} 呈逆時針方向旋轉。

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = r\hat{i} \times (-mg\hat{k}) = mgr\hat{j} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vec{L} = \vec{\tau}\Delta t = mgr\Delta t\hat{j} \quad (2)$$

其進動角速度 Ω_p 可利用弧長與弦角度關係進行推導，根據圖 1b 可知：

$$\Delta L = L_s \Delta\phi \quad (3)$$

再將(2)式代入(3)式，即可得：

$$\Delta L = L_s \Delta\phi = \tau\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta\phi}{\Delta t} = \frac{\tau}{L_s} = \Omega_p \quad (4)$$

由此可知，當 $\tau=0$ 或 $L_s \rightarrow \infty$ ，其 $\Omega_p \rightarrow 0$ ，即進動旋轉現象將不明顯，可呈現固定的軸向旋轉動態平衡。

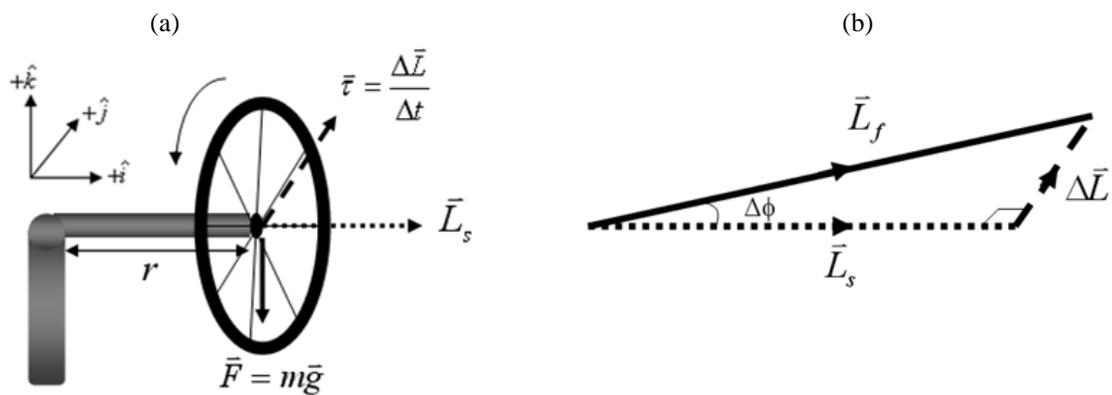


圖 1 陀螺儀示意圖及其角動量向量分析圖

至於我們的圓盤風扇裝置如圖 2a 所示，而示意簡圖如圖 2b 所示，結構類似圖 1a 的陀螺儀，不同之處是風扇馬達固定於圓盤上，當風扇轉軸受到外力矩作用產生進動運動，將會帶動圓盤旋轉。不過，由於風扇固定於圓盤上，轉軸是否受到外力矩影響，必須取決於圓盤本身的淨力矩。當風扇逆時針旋轉(即形成沿 $+\hat{i}$ 方向角動量)時，若淨力矩方向驅使圓盤向後轉動，則相當於風扇轉軸受外力 F_u 向上，如圖 2b 實線箭頭所示。根據角動量向量作圖，如圖 3a 實線標示，總角動量 L_u 將朝 $-\hat{j}$ 方向，即轉軸會朝順時針方進動旋轉。反之，若淨力矩方向驅使圓盤向前轉動，則相當於風扇轉軸受外力 F_d 向下，如圖 2b 虛線箭頭所示，由角動量向量圖可判知，如圖 3a 虛線標示，總角動量 L_d 朝 $+\hat{j}$ 方向，即轉軸會朝逆時針方進動旋轉。另外，若考慮風扇順時針旋轉(即角動量朝 $-\hat{i}$ 方向)，則根據角動量向量圖可判知，如圖 3b 所示，圓盤進動旋轉方向皆恰好相反。

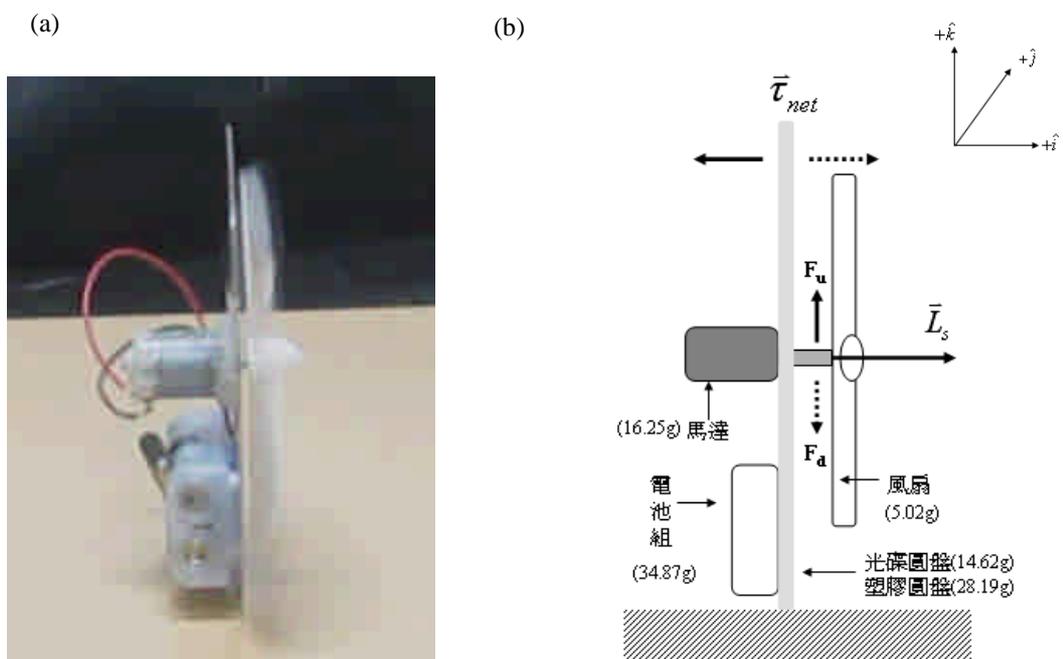


圖 2 風扇光碟圓盤裝置及其原理分析示意圖

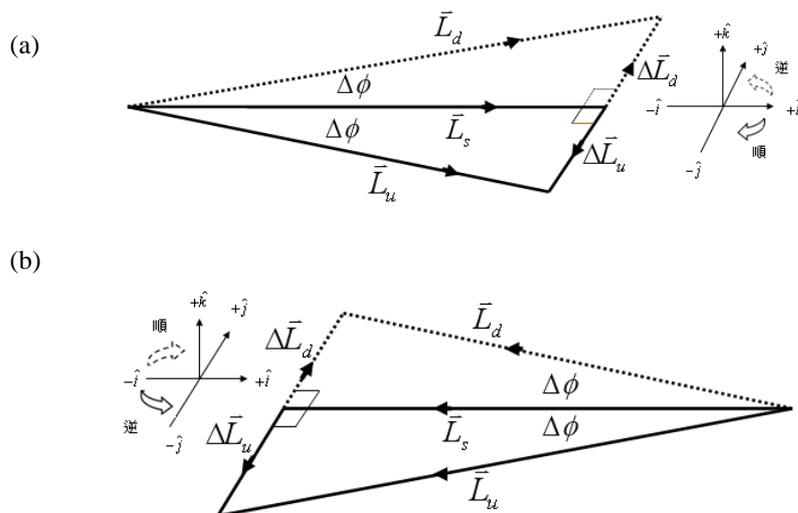


圖 3 角動量向量示意圖，其中(a)表風扇逆時針旋轉(L_s 朝 $+i$ 方向)；(b)表順時針旋轉(L_s 朝 $-i$ 方向)

今圓盤黏附的固定配件有馬達、電池組及風扇，而馬達與電池組的質量大於風扇，故對圓盤形成的淨力矩應會造成圓盤向後轉，於是，圓盤若有進動，應朝向順時針方向旋轉。但風扇葉片可黏貼墊片或改變輸入馬達的電流方向，以致能控制淨力矩 τ 與自旋角動量 L_s 之變化。因此，圓盤風扇陀螺裝置可分析旋轉動態平衡特性及進動現象。

儀器：

熱熔膠槍、瞬間膠、膠帶、馬達、光碟圓盤、風扇、電池盒、鐵墊片。

注意事項：

- 1.鐵墊片黏附於風扇葉片，必須以膠帶完整包覆起來，否則，風扇高速旋轉形成的離心力易讓墊片飛出傷人。
- 2.當開啟電源時，應先將風扇朝下，確定鐵墊片沒脫落飛出，再開始進行實驗。
- 3.使用瞬間膠應儘量避免直接接觸，以免被瞬間膠沾黏。
- 4.瞬間膠使用完畢，應儘速蓋好蓋子，避免乾涸而導致日後無法使用。
- 5.熱熔膠槍使用完畢，應儘快將電源拔除，否則，過熱會導致槍嘴呈現焦黑，若不小心碰觸到，易造成燙傷。

步驟：

一、圓盤風扇陀螺裝置之 DIY 製作

- (一)為了讓馬達能平穩無縫隙黏附於圓盤，首先將光碟圓盤平置於兩書縫隙處，再將馬達靜置於圓盤孔洞上，其中馬達轉軸需穿過孔洞，並注意馬達與圓盤需平穩緊靠，不可有傾斜現象，如圖 4a 所示。
- (二)取出熱熔膠槍，將熱熔膠塗佈在馬達四週，如圖 4b 所示，若擔心黏附不牢固，可再滴上瞬間膠補強，約冷卻 2~3 分鐘，將光碟圓盤翻面，並再滴入瞬間膠於孔洞四周，增強馬達與圓盤間的黏附力，如圖 4c 所示，切勿

滴在馬達轉軸上，以免馬達轉軸無法運轉。

(三)約等 2~3 分鐘瞬間膠凝固後，將光碟圓盤翻面，利用雙面膠將電池盒黏附於光碟圓盤底部，但切勿突出圓盤外，並將連接線纏繞在馬達接線孔處，如圖 4d 所示。

(四)將風扇套入馬達轉軸，用力將轉軸壓進風扇，原則上，風扇底部距圓盤約 5mm 左右最佳，但注意葉片不可打到圓盤表面，如圖 4e 所示。然後，再將 1.5V 電池裝入電池盒，即組裝完成一組圓盤風扇陀螺實驗裝置。

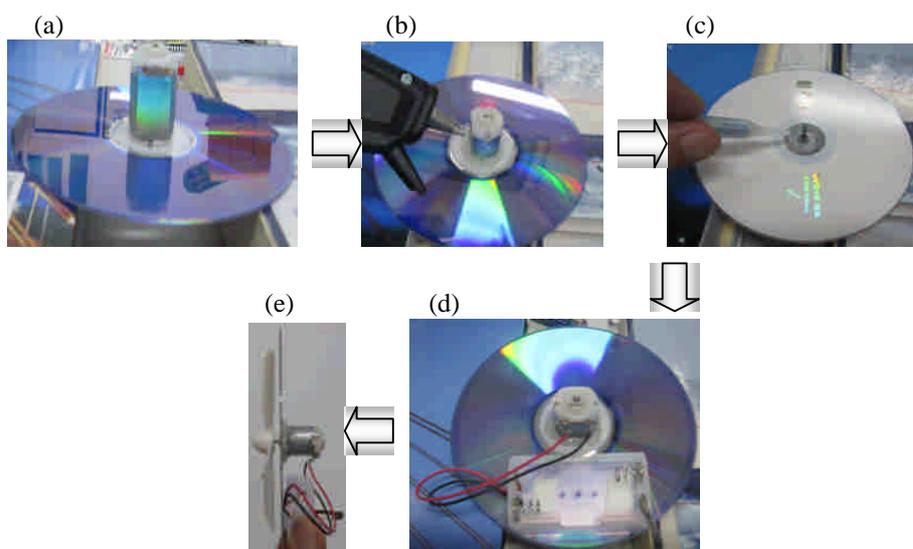


圖 4 圓盤風扇陀螺實驗裝置的製作過程

二、進動旋轉方向及轉速之觀察分析

1. 電池開關打開讓風扇葉片旋轉後，測試圓盤可否藉由風扇旋轉動態平衡直立於桌面？若能直立，則觀察圓盤進動旋轉方向及旋轉三圈的時間，並將結果填入表 1。
2. 增加葉片質量，考慮軸對稱性，將兩個大鐵墊片以膠帶固定於兩對稱葉片上，如圖 5 所示，然後，同步驟 1 的實驗操作與觀察，將結果填入表 1。



圖 5 風扇葉片黏附軸向對稱兩個大鐵墊片方式。

(A) 改變風扇旋轉方向

3. 欲改變風扇角動量方向，僅需改變風扇旋轉方向即可，我們可將電池盒與馬達連接的紅黑線交換即可，如圖 6 所示。若輸入馬達的電流方向改變，則馬

達帶動風扇旋轉方向就會發生改變。圖 6a 與 6b 分別為風扇逆時針方向與順時針方向旋轉的接線方式。然後，同步驟 1 的實驗操作與觀察，將結果填入表 1。



圖 6 風扇旋轉方向改變之接線圖，其中(a)、(b)分別為風扇逆時針與順時針旋轉的接線方式。

(B) 改變風扇葉片質量

- 3..再增加風扇葉片質量，將兩個大鐵墊片以膠帶固定於另兩對稱葉片上，如圖 7 所示，然後，同步驟 1 的實驗操作與觀察，將結果填入表 1。
- 4.如果一直增加風扇葉片質量，進動旋轉方向會不會改變？(選擇性)



圖 7 風扇葉片黏附軸向對稱 4 個大鐵墊片方式。

(C) 旋轉動態平衡

- 5.將風扇其中一葉片增加一個小鐵墊片，使其葉片質量非軸對稱鐵墊片，觀察其旋轉動態平衡情形。

記錄與問題：

表 1

CASE \ 觀測項目	風扇旋轉方向	圓盤可否平衡直立	圓盤進動旋轉方向	進動旋轉 3 圈時間 T(s)	進動平均角速度 (rad/s)，即 $6\pi/T$
未黏附鐵墊片					
黏附兩個大鐵墊片					
風扇旋轉方向改變					
黏附四個大鐵墊片					

1. 為何風扇葉片需黏附鐵墊片才能使圓盤維持直立動態平衡？

2. 根據表 1，當風扇旋轉方向改變，進動旋轉方向及平均角速度是否會改變？請說明原因。
3. 根據表 1，若鐵墊片增多，圓盤進動旋轉平均角速度變化如何？請說明原因。
4. 根據風扇葉片質量非軸對稱的實驗結果，請說明其對旋轉動態平衡的影響。
5. 為何交換紅黑連接線就能導致馬達風扇的旋轉方向改變？(選擇性作答)

討論：

參考文獻：

1. 馮兆筠、李慧安、林倩鈺、張名宇、馮志龍*、陳柄旭，圓盤風扇陀螺之設計及其進動現象之分析，物理教育學刊，21(1)，42-56，2020.
2. 黃智賢，搞定陀螺儀—從傳統到現代，物理雙月刊，36(3)，228-235，2014。
3. Benson, H., University Physics (3rd revised ed.), Ting Lung Book Co., 2019.
4. Wolfson, R., Essential University Physics(3rd ed.), Pearson Education, Inc., 2016.