

## 碰撞運動實驗

目的：

觀察物體在彈性碰撞或非彈性碰撞下的運動狀態，進而驗證總線動量守恆定律、總動能守恆定律與總動能損失現象。

原理：

當兩物體發生碰撞時，若無外力介入，則碰撞前後總線動量將維持不變，但總動能則不一定不變。若總動能維持不變，我們稱此碰撞為「彈性碰撞」，反之，則為「非彈性碰撞」，而若相撞後，兩物體相互黏住，以同一速度向同一方向運動，則又可稱為「完全非彈性碰撞」。

本實驗考慮一維碰撞，碰撞前後總線動量之向量守恆式表示如下：

$$m_1 \bar{v}_1 + m_2 \bar{v}_2 = m_1 \bar{v}'_1 + m_2 \bar{v}'_2 \quad (1)$$

其中  $\bar{v}_1$ 、 $\bar{v}_2$  分別表滑車  $r_1$  與滑車  $r_2$  碰撞前的初速， $\bar{v}'_1$ 、 $\bar{v}'_2$  則表碰撞後的末速， $m_1$ 、 $m_2$  分別表滑車  $r_1$  與滑車  $r_2$  的質量。

另外，能量是不滅的，故總能量應維持守恆，其如下式所示：

$$\frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2 + U = \frac{1}{2} m_1 \bar{v}'_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}'_2^2 + U' \quad (2)$$

其中  $U$ 、 $U'$  表碰撞前後的內能(包括可能的熱能與位能)。

若為彈性碰撞，碰撞前後內能相同，則(2)式可變為如下的總動能守恆式：

$$\frac{1}{2} m_1 \bar{v}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}_2^2 = \frac{1}{2} m_1 \bar{v}'_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \bar{v}'_2^2 \quad (3)$$

根據(1)、(3)式解聯立方程式，可求得彈性碰撞前後速度的理論關係式如下：

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad (4)$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2 \quad (5)$$

若考慮滑車  $r_2$  初速為零，則(4)、(5)式變為：

$$v'_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad (6)$$

$$v'_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (7)$$

今假設滑車  $r_1$  運動方向為正(即  $v_1 > 0$ )，則根據滑車質量變化可歸納以下結果：

(a) 當  $m_1 = m_2$  時，則  $v'_1 = 0$ ， $v'_2 = v_1$ ，即碰撞後兩滑車運動狀態與速度交換。

(b) 當  $m_1 > m_2$  時，則  $v'_1 > 0$ ， $v'_2 > 0$ ，即碰撞後兩滑車朝相同方向運動。

(c) 當  $m_1 < m_2$  時，則  $v'_1 < 0$ ， $v'_2 > 0$ ，即碰撞後兩滑車朝相反方向運動。

本實驗係利用電腦監測設備直接量測估算碰撞前後的速度(並非由理論求出)，進而求證上述不同質量的碰撞結果，同時也可加以估算碰撞前後的總線動量與總動能，以瞭解實驗與理論的差異。

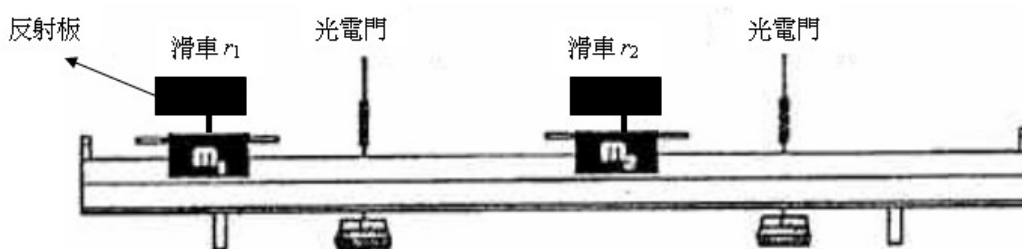
儀器：

電腦監控感測裝置、光電門、氣墊軌道、送風機、滑車套組(1 盒)。

注意事項：

- (1)實驗進行前，必須先將送風機打開，直至實驗結束後，方可關閉。
- (2)氣墊軌道表面切勿任意碰觸，以免損傷表面。
- (3)施予滑車的推力不可太大(可根據滑車通過時間判斷，大約 0.1~0.2s)，否則，易造成實驗誤差。
- (4)兩光電門距離約 40~50cm，不可太近或太遠。
- (5)一旦兩滑車經碰撞離開兩光電門後，即不可讓其再返回。
- (6)當滑車質量較大時，送風機風量須調至更大級數。
- (7)為保持滑車平衡，滑車上加掛的砝碼、叉形架或碰撞器皆須對稱相同。

步驟：



圖(1)

(1)裝置如圖(1)所示，利用叉形架上的橡皮筋與碰撞器做彈性碰撞，並小心地調整氣墊軌道為水平狀態。

(2)調整滑車  $m_1$  與滑車  $m_2$  的質量，使其滿足以下幾種情形：

a.  $m_1 \approx m_2$  , b.  $m_1 > m_2$  , c.  $m_1 < m_2$  。

(3)測量碰撞的兩滑車質量  $m_1$  與  $m_2$ ，將其數據填入表(1)中。

(4)測量碰撞的兩滑車反射板長度  $L_1$  與  $L_2$ ，將其數據填入表(1)中。

(5)適當擺置兩光電門，並開啟電腦監測裝置，準備記錄滑車瞬間通過的時間。

(6)靜置滑車  $m_2$  於兩光電門之間(即滑車  $m_2$  為靜止)，而另一滑車  $m_1$  施予一推力，使其朝向滑車  $m_2$  前進產生碰撞，並由電腦監測兩滑車碰撞前後通過光電門的時間如下：**[※注意：滑車通過光電門，監測程式會顯示兩個時間，一個是抵達時間，另一個是通過時間，抵達時間是判斷滑車碰撞前後經過光電門的順序，而填入表(1)的時間應是通過時間，參閱圖(2)]**

$t_1$  = 碰撞前，滑車  $m_1$  通過光電門的瞬間時間。

$t_2$  = 碰撞前，滑車  $m_2$  通過光電門的瞬間時間。

(※若滑車  $m_2$  碰撞前為靜止狀態，則無  $t_2$  的時間)

$t'_1$  = 碰撞後，滑車  $m_1$  通過光電門的瞬間時間。

$t'_2$  = 碰撞後，滑車  $m_2$  通過光電門的瞬間時間。

The screenshot shows a window titled 'Table 1' with a toolbar containing icons for sum, print, and data. Below the toolbar is a table with two columns: 'Time (s)' and 'Elapsed Time (s)'. A red arrow labeled '抵達時間' (Arrival Time) points to the 'Time (s)' column, and another red arrow labeled '通過時間' (Through Time) points to the 'Elapsed Time (s)' column. The table content shows 'Timer 1' and '無數據' (No data).

圖(2)

(7)根據測量的時間及反射板長度，計算滑車速度(如： $v_1 = \frac{L_1}{t_1}$ ， $v'_1 = \frac{L_1}{t'_1}$ )，並

填入表(1)中。

(8)改變滑車  $m_1$  的初速(即給予不同的推力)，重覆此一實驗至少一次。

(9)由表(1)兩滑車的碰撞前後速度及質量，計算碰撞前後的總線動量( $p_i, p_f$ )與總動能( $K_i, K_f$ )，再填入表(1)。

(10)當兩滑車皆有初速時，即分別施一推力在滑車 $m_1$ 與滑車 $m_2$ 上，重覆上述實驗步驟。**(※此步驟列為選擇性，可不用進行！)**

(11)請利用虛擬實驗軟體(Crocodile\_Physics)設計兩個滑車碰撞的虛擬實驗，請參考附錄。**(※此步驟列為選擇性，可不用進行！)**

記錄與問題：

表(1) 碰撞運動實驗紀錄表

•兩滑車的反射板長度： $L_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $L_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

•Case(a) –  $m_1 \approx m_2$ ， $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

| $t_1$ | $t_2$ | $t'_1$ | $t'_2$ | $\bar{v}_1$ | $\bar{v}_2$ | $\bar{v}'_1$ | $\bar{v}'_2$ | $p_i$ | $p_f$ | $K_i$ | $K_f$ |
|-------|-------|--------|--------|-------------|-------------|--------------|--------------|-------|-------|-------|-------|
|       |       |        |        |             |             |              |              |       |       |       |       |

•Case(b) –  $m_1 > m_2$ ， $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

| $t_1$ | $t_2$ | $t'_1$ | $t'_2$ | $\bar{v}_1$ | $\bar{v}_2$ | $\bar{v}'_1$ | $\bar{v}'_2$ | $p_i$ | $p_f$ | $K_i$ | $K_f$ |
|-------|-------|--------|--------|-------------|-------------|--------------|--------------|-------|-------|-------|-------|
|       |       |        |        |             |             |              |              |       |       |       |       |

•Case(c) –  $m_1 < m_2$ ， $m_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ， $m_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

| $t_1$ | $t_2$ | $t'_1$ | $t'_2$ | $\bar{v}_1$ | $\bar{v}_2$ | $\bar{v}'_1$ | $\bar{v}'_2$ | $p_i$ | $p_f$ | $K_i$ | $K_f$ |
|-------|-------|--------|--------|-------------|-------------|--------------|--------------|-------|-------|-------|-------|
|       |       |        |        |             |             |              |              |       |       |       |       |

註 1.  $p_i = m_1\bar{v}_1 + m_2\bar{v}_2$ ， $p_f = m_1\bar{v}'_1 + m_2\bar{v}'_2$ ， $K_i = \frac{1}{2}m_1\bar{v}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{v}_2^2$ ， $K_f = \frac{1}{2}m_1\bar{v}'_1^2 + \frac{1}{2}m_2\bar{v}'_2^2$

註 2. 若滑車碰撞後方向相反，則必須加入正負號以表示滑車方向。

- (1)本實驗結果是否可驗證總線動量與總動能守恆？若否，請討論誤差原因。
- (2)若碰撞實驗過程中，氣墊軌道未水平，則總線動量是否守恆？請說明理由。
- (3)若將一滑車與氣墊軌道盡頭碰撞，則此滑車反彈後，將幾乎具有碰撞前相同的速率大小，試問在此碰撞過程中，總線動量是否守恆？請說明理由。
- (4)請推導彈性碰撞前後的速度關係式(如(4)式及(5)式)，並根據理論及實驗結果解釋步驟(8)的三種碰撞運動情形。
- (5)試討論兩光電門間的距離大小對實驗結果之可能影響。

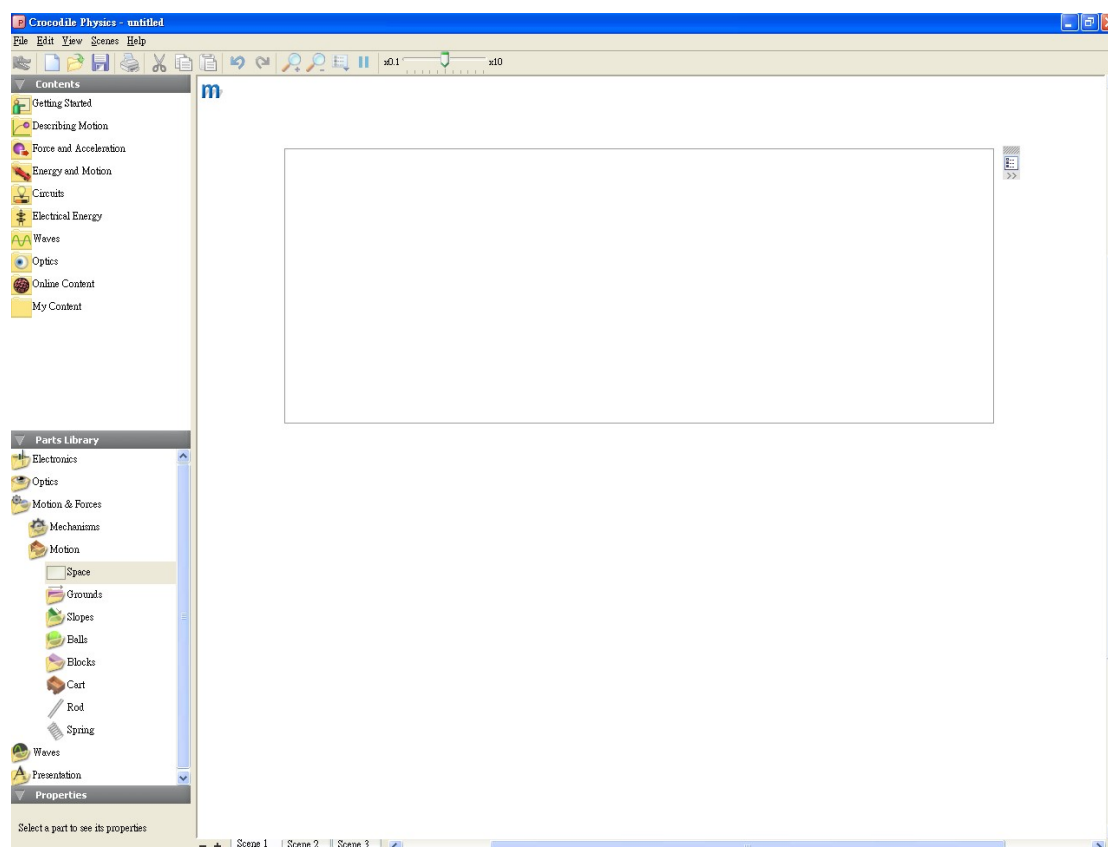
討論：

附錄：

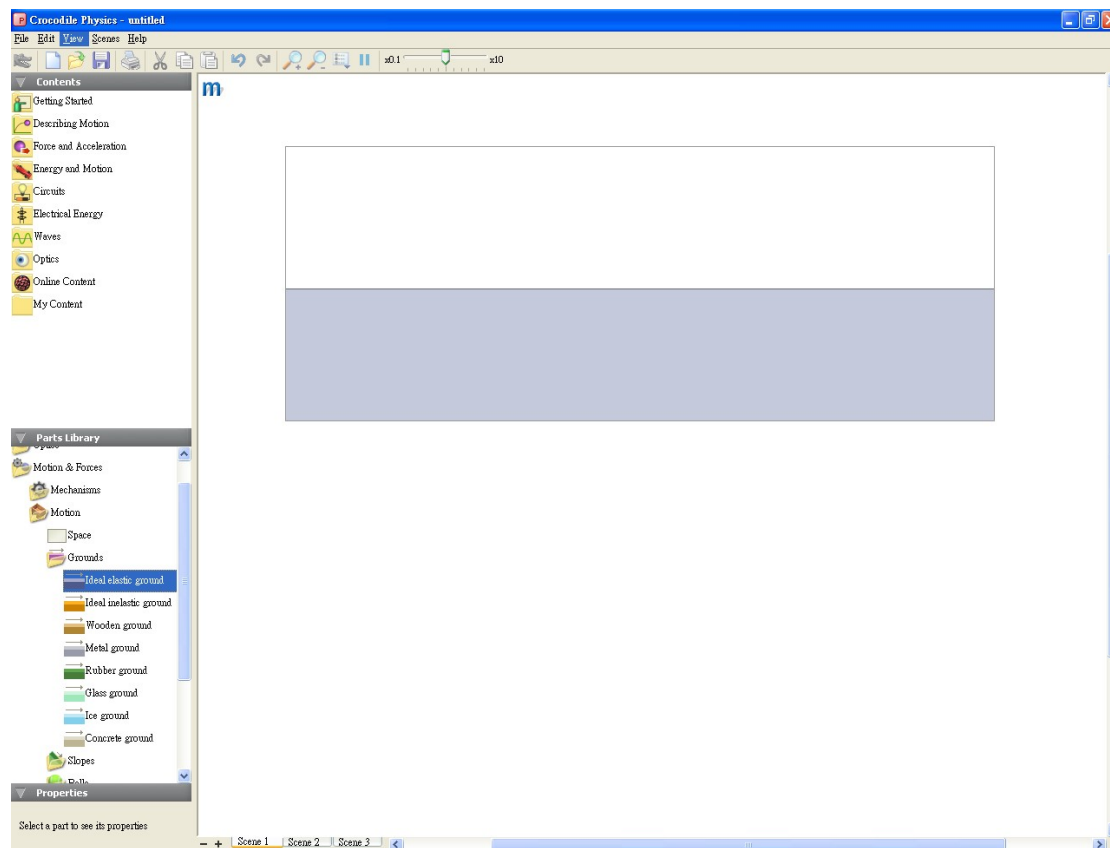
## 彈性碰撞虛擬實驗設計示範

### 操作示範

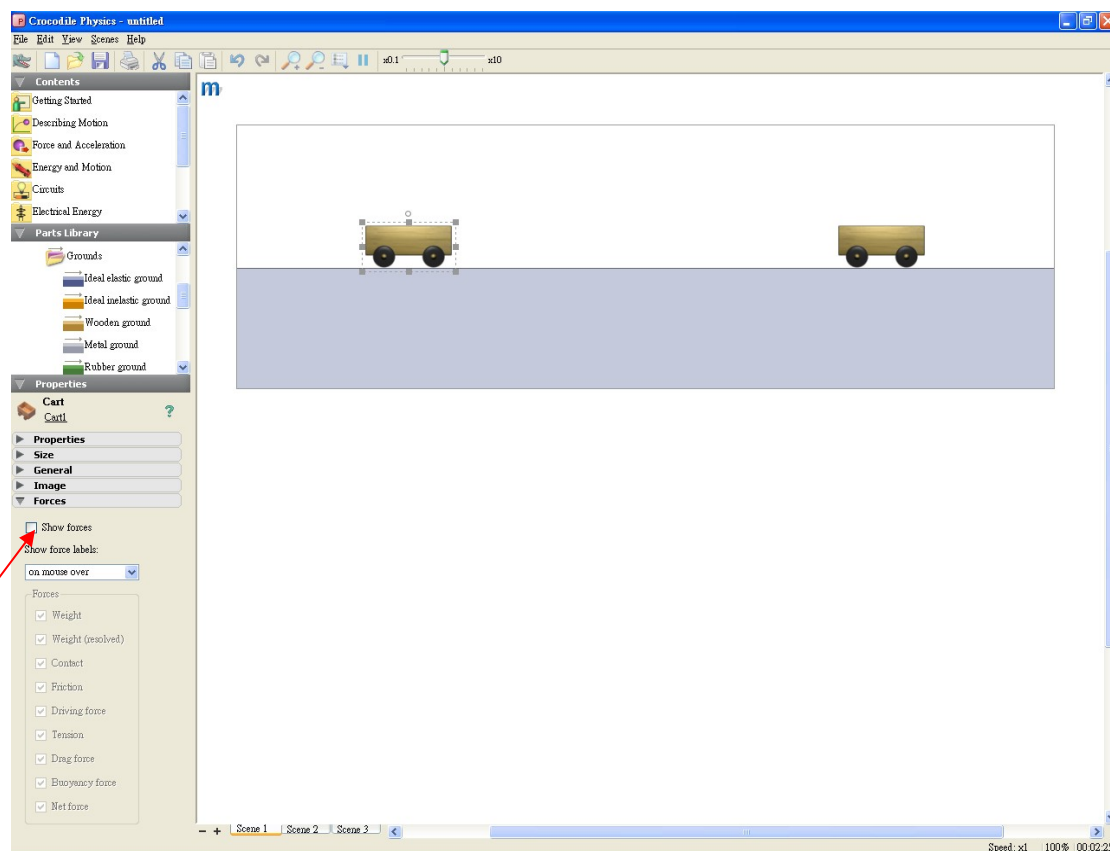
點選元件庫(Parts Library) → 點選 Motion & Forces → 點選 Motion → 挑選 Space(實驗空間) → 拖曳至右邊欄位並調整大小至適當範圍。



點選 Ground → Ideal elastic ground(可任意)



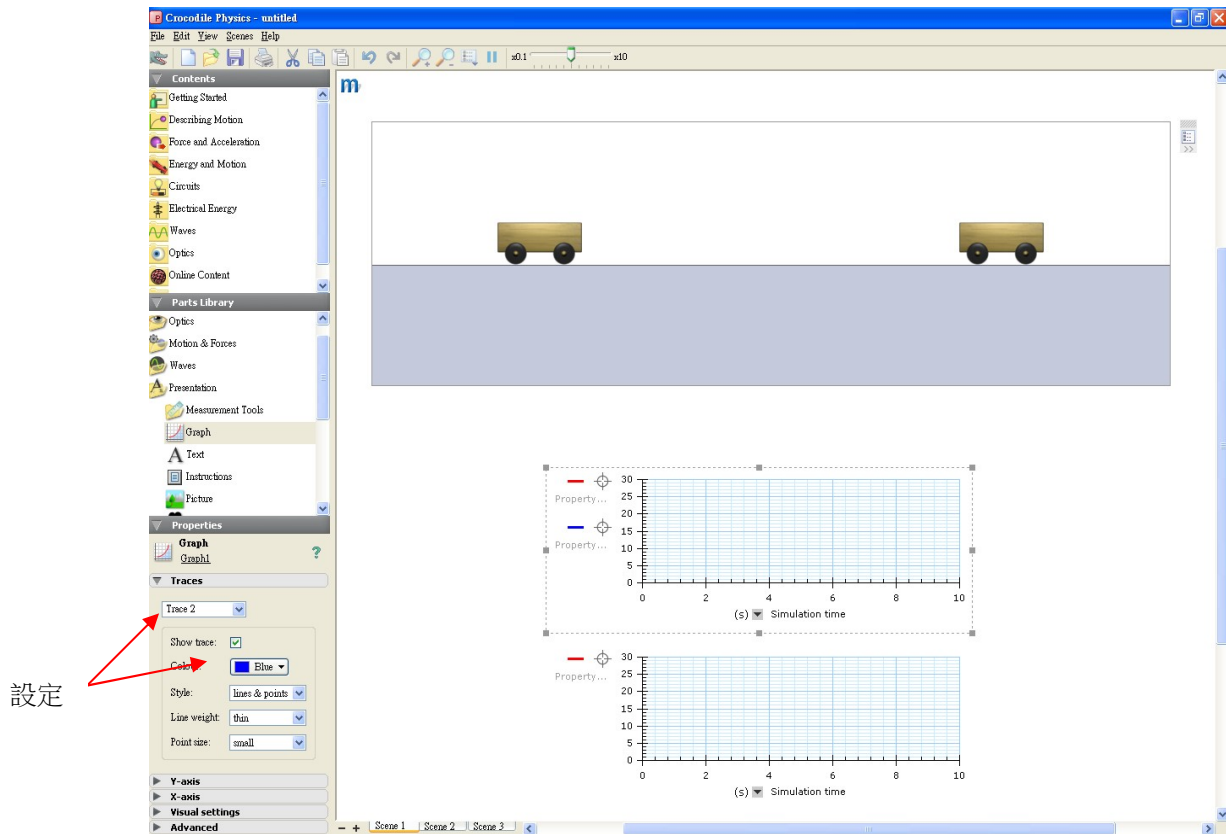
點選 Cart(滑車) → 拖曳至右邊地面上(其中取消滑車上的作用力顯示取消)



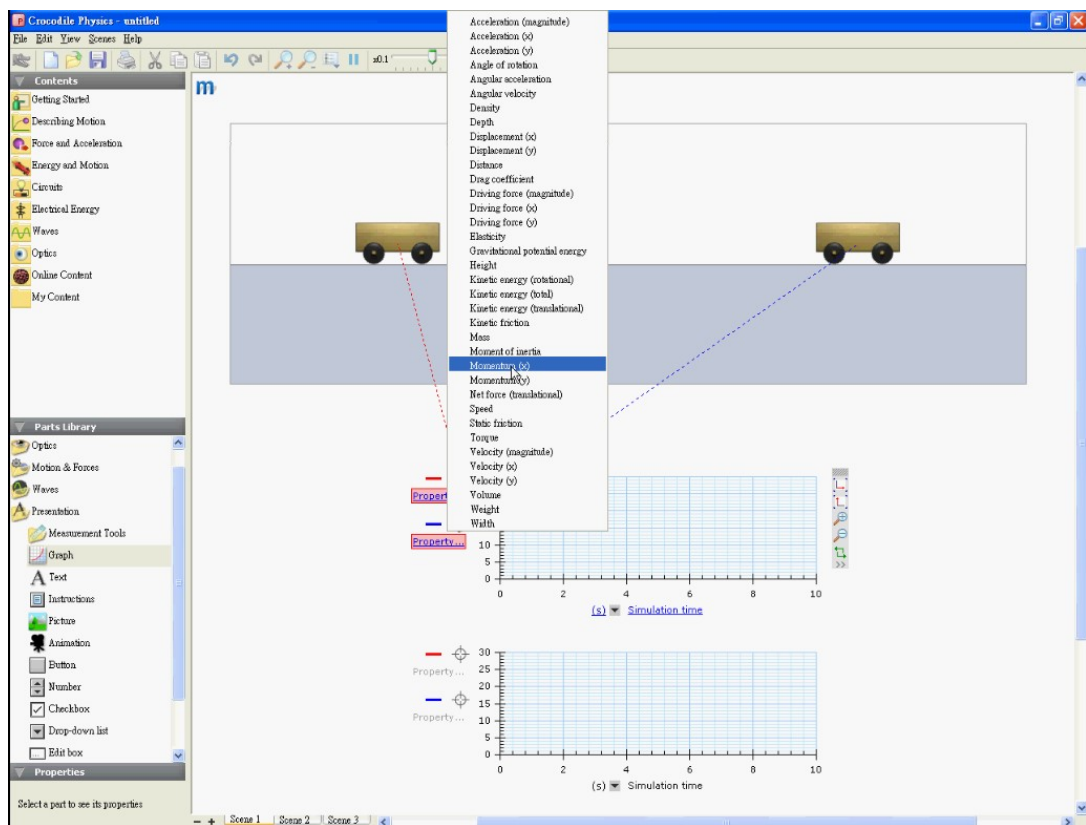
空白

返回上一層選項 → 點選 Presentation → 點選 Graph → 拖曳兩座標圖至右邊 → 滑鼠指向座標

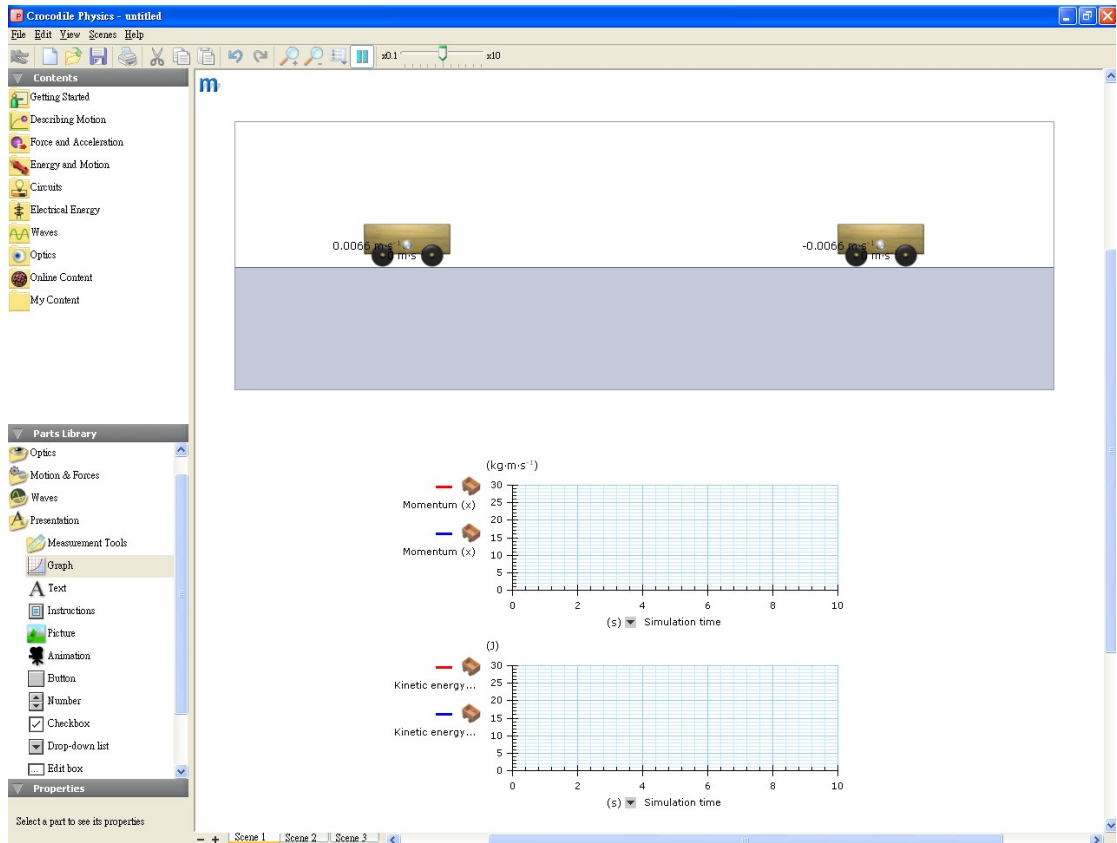
圖按右鍵點選”property” → 設定兩部滑車資料顯示於同一座標圖



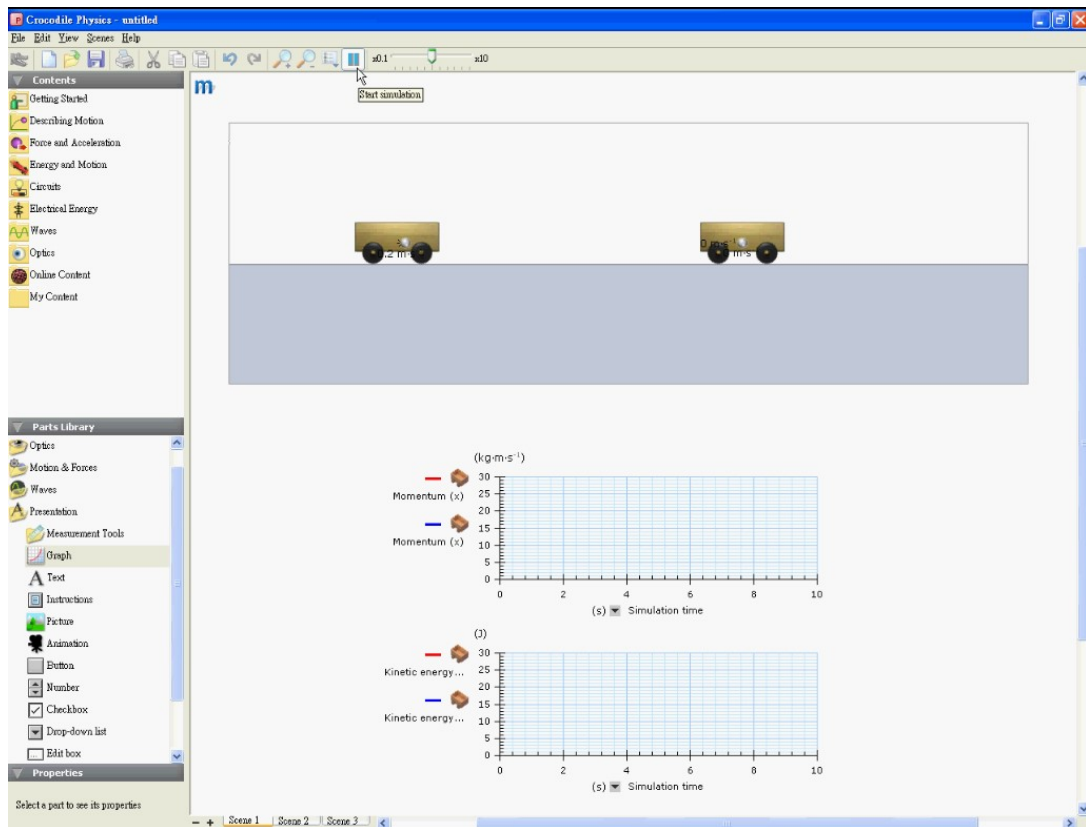
將兩部滑車分別拖拉至座標圖連接顯示處 → 點選紅色陰影處的 property → 設定線動量 (momentum(x)) 顯示



相同設定方式應用於下圖，但顯示設定為動能(kinetic energy (translation))

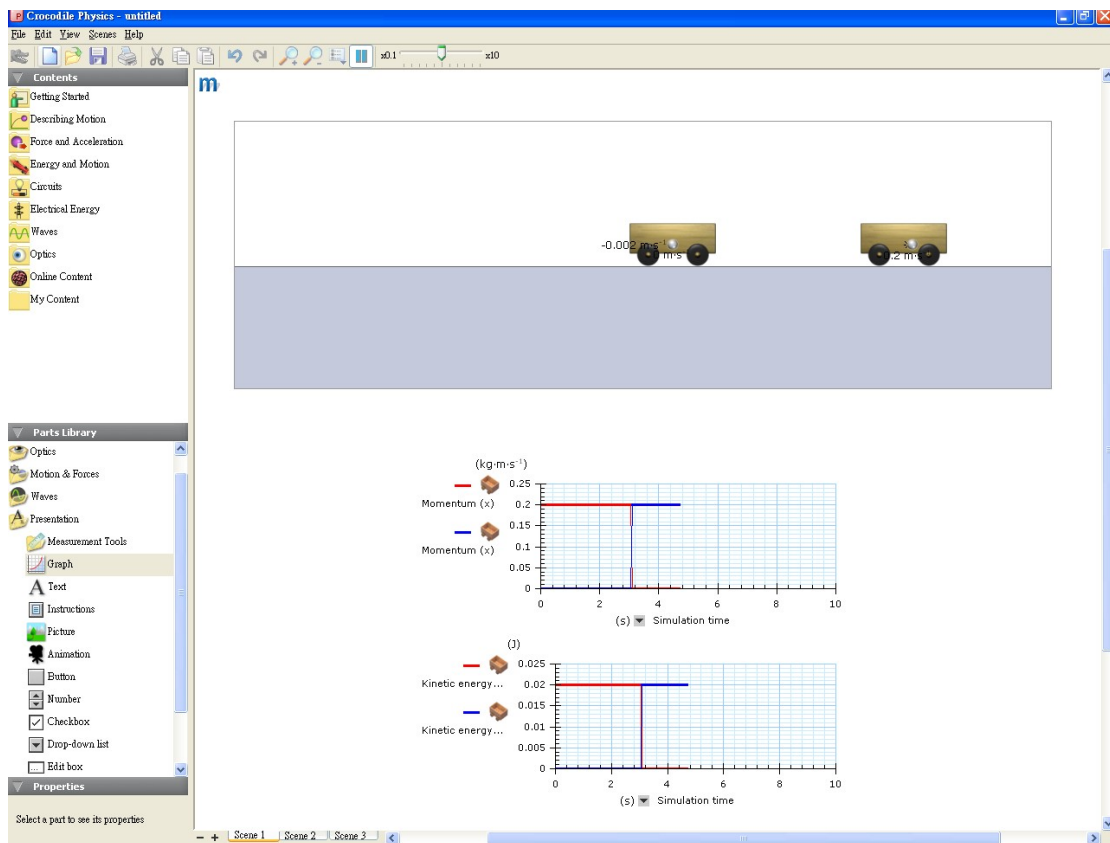


利用滑鼠將滑車速度及位置調至適當值(此次將左側紅標滑車設定 0.2m/s，而右側藍標滑車靜止)  
 → 點選"II" 即開始運作虛擬實驗



由於兩部滑車質量相同且進行彈性碰撞，故碰撞後由兩座標圖可發現兩滑車的線動量與動能進行交換，顯示總線動量與總動能守恆。





### 參考文獻：

1. 國立雲林科技大學物理教學組編譯，虛擬軟體中文操作說明，2006。
2. PASCO, LEYBOLD, 群冠及宇全等儀器公司，實驗操作說明書，1990-1992。
3. 徐子民，普物實驗，中大理學院物理系編印，1987年10月。
4. 冉長壽，普物實驗，成大物理系編印，1990-91年。