

## 角動量實驗

目的：

利用一個運動中的鋼球撞擊一個力臂轉盤，由角動量守恆觀念來驗證角動量的定義。

原理：

如圖(1)所示，利用一個斜面軌道將鋼球加速至  $v$ ，當鋼球與力臂發生完全非彈性碰撞後，鋼球便進入力臂的橡膠杯隨著轉盤轉動。若將鋼球與力臂轉盤視為一孤立系統，則在碰撞瞬間，整個系統的角動量大小如下：

$$|\vec{L}| = |\vec{r} \times \vec{p}| = rp \sin \theta = mvr \sin \theta \quad (1)$$

其中  $r$  為橡膠杯至力臂轉盤中心的垂直距離， $\theta$  為  $\vec{r}$  與  $\vec{v}$  之夾角。

碰撞後，鋼球隨力臂轉盤轉動，整個系統的角動量大小可寫成下式：

$$L = I\omega = \frac{2\pi I}{T} \quad (2)$$

其中  $I$  為轉動慣量， $\omega$  為角速度， $T$  為週期。根據角動量守恆，縱合(1)、(2)式便可得到：

$$mvr \sin \theta = \frac{2\pi I}{T} \quad (3)$$

本實驗的轉動慣量  $I$  可視為定值，然後根據(3)式分別觀測速度  $v$ 、距離  $r$ 、入射角  $\theta$  與週期  $T$  的關係，進而驗證角動量的定義。

儀器：

計時碼表、送風機、空氣承軸(馬桶型)、轉盤、力臂、鋼球、軌道支架、水平儀及捲尺。

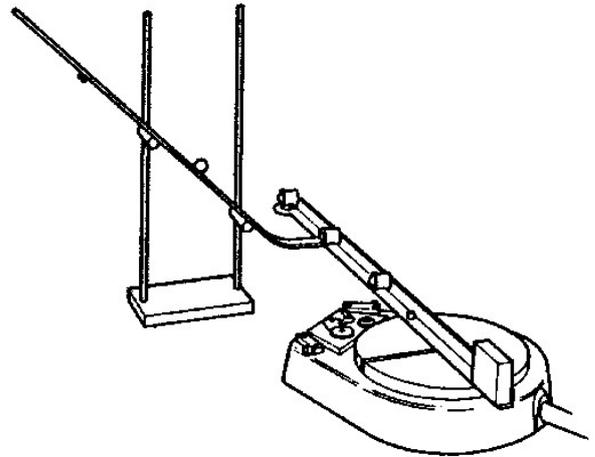
注意事項：

- (1) 使用空氣承軸前，須以軟布擦拭其表面及轉盤，避免灰塵或異物影響實驗結果。
- (2) 水平儀需直接置於空氣軸承上(非力臂轉盤上)量測，並調整軸承底座鎖螺使其水平。
- (3) 實驗進行前，請先將送風機打開至最大，一直至整個實驗結束後，再將送風機關閉。
- (4) 轉盤具有白色標線的面朝上，以方便判讀旋轉周數。
- (5) 鋼球滾入橡膠杯內，不可彈出，必須卡入橡膠杯內一起旋轉。

步驟：

(A)  $r$  與  $T$  的關係：

- (1) 先將水平儀置於空氣承軸上檢測是否水平，並以承軸底部螺絲調整之。



圖(1)

- (2)裝置如圖(1)所示，將轉盤置於承軸上並以鎖螺固定力臂，然後開啟送風機。
- (3)將轉盤之標線對準空氣承軸上的標記，以便於記錄週期。
- (4)適當調整軌道支架及力臂橡膠杯，設法使鋼球滾入力臂橡膠杯且卡住。
- (5)固定在軌道支架上某一點釋放鋼球(釋放點的高度愈高愈好)，當鋼球滾入橡膠杯後，同時開啟碼表計時，記錄力臂旋轉 1/4 周所需的時間(t)及量取橡膠杯至力臂轉盤中心的距離(r)，填入表(1)。
- (6)調整軌道支架位置，使鋼球滾入不同的橡膠杯中，並重覆以上實驗步驟。
- (7)將力臂旋轉 1/4 周所需的平均時間換算為週期  $T$ ，並以週期  $T$  為橫座標及橡膠杯至力臂轉盤中心距離  $r$  為縱座標作圖。
- (8)量測鋼球質量，並根據  $v = \sqrt{2gh}$  ( $h$  為橡膠杯至鋼球釋放處的垂直高度， $g$  為重力加速度  $\approx 9.8 \text{ m/s}^2$ ) 計算鋼球速度，然後，代入(3)式分別求出其轉動慣量  $I$ ，填入表(1)。

### (B) $\theta$ 與 $T$ 的關係：

- (1)實驗裝置同步驟(A)。
- (2)將轉盤之標線對準空氣承軸上的標記，以便於記錄週期。
- (3)調整力臂最外側橡膠杯之角度為  $30^\circ$ ，並調整軌道支架方向，設法使鋼球滾入力臂的最外側橡膠杯內且卡住。
- (4)固定在軌道支架上某一點釋放鋼球(釋放點的高度愈高愈好)，當鋼球滾入橡膠杯後，並同時開啟碼表計時，記錄力臂旋轉 1/4 周所需的時間(t)，填入表(2)。
- (5)橡膠杯角度每隔  $30^\circ$  調整一次，依表(2)規定角度調整並重覆此實驗。
- (6)將力臂旋轉 1/4 周所需的平均時間換算為週期  $T$ ，並以週期  $T$  為橫座標及鋼球入射角度  $\theta$  為縱座標作圖。

### (C) $v$ 與 $T$ 的關係：

- (1)實驗裝置同步驟(A)。
- (2)將轉盤之標線對準空氣承軸上的標記，以便於記錄週期。
- (3)適當調整鋼球軌道支架位置，設法使鋼球滾入力臂的最外側橡膠杯內且卡住。
- (4)依據表(3)高度差調整釋放鋼球的高度，當鋼球滾入橡膠杯後，並同時開啟碼表計時，記錄力臂旋轉 1/4 周所需的時間，填入表(3)。
- (5)根據  $v = \sqrt{2gh}$ ，將表(3)高度差  $h$  代入，計算鋼球速度  $v$ 。
- (6)將力臂旋轉 1/4 周所需的平均時間換算為週期  $T$ ，並以週期  $T$  為橫座標及鋼球速度為縱座標作圖。
- (7)量測鋼球質量  $m$ ，由(3)式分別求出其轉動慣量  $I$ ，填入表(3)。

### 記錄與問題：

表(1) 鋼球質量  $m=$ \_\_\_\_\_ 鋼球速度  $v=$ \_\_\_\_\_ 入射角度  $\theta=$ \_\_\_\_\_

橡膠杯距離( $r$ )	1/4 周時間( $t$ )	週期( $T = t \times 4$ )	轉動慣量( $I$ )

表(2) 鋼球質量  $m=$ \_\_\_\_\_ 橡膠杯距離  $r=$ \_\_\_\_\_ 鋼球速度  $v=$ \_\_\_\_\_

入射角度( $\theta$ )	$\sin\theta$	1/4 周時間( $t$ )	週期( $T = t \times 4$ )
$30^\circ$			
$60^\circ$			
$90^\circ$			
$120^\circ$			
$150^\circ$			

表(3) 鋼球質量  $m=$ \_\_\_\_\_ 橡膠杯距離  $r=$ \_\_\_\_\_ 入射角度  $\theta=$ \_\_\_\_\_

高度差( $h$ )	鋼球速度( $v$ )	1/4 周時間( $t$ )	週期( $T = t \times 4$ )	轉動慣量( $I$ )
0.50 m				
0.45 m				
0.40 m				

- (1)請利用方格紙或電腦依步驟(A-7)、步驟(B-6)、步驟(C-6)作圖，並說明各圖中所表示的參數關係。
- (2)比較步驟(A)與步驟(C)所計算的轉動慣量，有何差異？為什麼？
- (3)何謂轉動慣量？為何在本實驗中轉動慣量可視為定值？
- (4)請問在此實驗中，若水平儀係放於轉盤上調整水平，則對實驗結果有何不利影響？
- (5)若鋼球彈出橡膠杯，則對實驗結果有何不利影響？
- (6)請利用因次分析(dimensional analysis)證明原理中(1)式與(2)式的單位因次式相同。
- (7)請利用質點角動量的定義( $\vec{l} = \vec{r} \times \vec{p}$ )推導剛體角動量的形式為  $L = I\omega$ 。(選擇作答)

討論：

參考文獻：

- 1.PASCO、LEYBOLD、群冠等儀器公司，實驗操作說明書，1990-1992。
- 2.徐子民，普物實驗，中大理學院物理系編印，1987年10月。
- 3.冉長壽，普物實驗，成大物理系編印，1990-91年。