

楊氏係數測定實驗

目的：

利用彈性曲線方程式與光槓桿來測定金屬棒的楊氏係數，瞭解應力作用情形。

原理：

一般物質並非完美剛體，當外加應力作用時皆會產生形變，而這種形變力的變化型態可藉由彈性係數加以表示，即：**彈性係數=應力/形變**，其中楊氏係數則是定義為張應力與伸張形變的比值，而本實驗將考慮金屬棒橫樑受力形變的情形。

(1) 彈性曲線方程式

當金屬棒的橫樑受鉛直力作用時，便會產生應變彎曲，如圖(1)所示。其中上層互相擠壓而收縮，下層則伸張，於是介於收縮與伸張之間必有一層不縮不張，如 ABCD 的中立層，其與橫樑之任意橫截面的交線便稱為中立軸，如圖中的 EF，而 AB 或 CD 即所謂的彈性曲線，其方程式便稱為彈性曲線方程式。

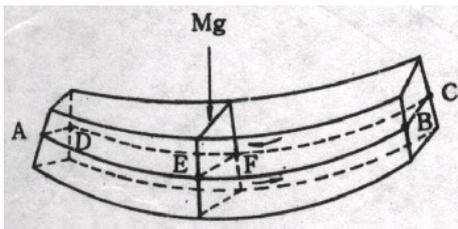


圖 (1)

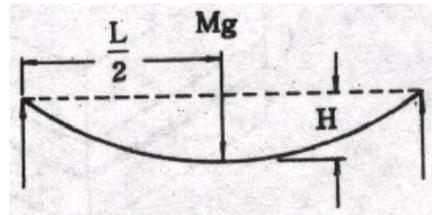


圖 (2)

對單樑而言，若其支點在兩端，負荷集中在中央，如圖(2)所示，則其彈性曲線最大彎曲度，即凹下的距離 H 為：

$$H = \frac{1}{4} \left(\frac{L}{t} \right)^3 \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{Mg}{Y} \quad (1)$$

其中 Mg 為外加的應力重量、 L 為樑長、 B 為樑寬、 t 為樑厚、 Y 為楊氏係數。

(2) 光槓桿原理

當一光線射入一平面反射鏡時，若反射鏡面轉動 θ 角，則反射光線將轉動 2θ 角，此為光槓桿原理。

如圖(3)所示，當反射鏡 M 轉動 θ 角，反射光線則轉動 2θ 角，此時，望遠鏡內的米尺刻度已不是原先位置，而是移動 h 刻度的位置。

假設光槓桿前後腳之垂直距離為 a ，反射鏡 M 與米尺之距離為 d ，當金屬橫樑懸掛物體

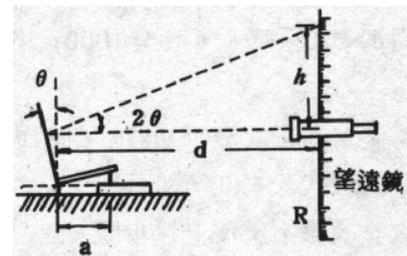


圖 (3)

凹下的距離為 H ，則由圖(3)可知：

$$\frac{H}{a} = \sin \theta \approx \theta$$

$$\frac{h}{d} = \tan 2\theta \approx 2\theta$$

所以，
$$H = \frac{ah}{2d} \quad (2)$$

將(2)式代入(1)式可得：

$$\frac{1}{4} \left(\frac{L}{t} \right)^3 \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{Mg}{Y} = \frac{ah}{2d}$$

因此，
$$Y = \frac{MgL^3d}{2Bt^3ah} \quad (3)$$

其中 g 表重力加速度($\sim 980 \text{ cm/s}^2$ 或 9.8 m/s^2)

儀器：

望遠鏡、望遠鏡支架附米尺、光槓桿、實驗刀口底座、槽碼、捲尺、游標尺、待測棒、鈎環。

注意事項：

- (1)懸掛負荷應儘量放置在兩邊刀口之中點。
- (2)刀口間距 L 與棒厚 t 皆為三次方，需小心量測。
- (3)請勿用手觸摸望遠鏡的鏡面，使用完畢後，請用護蓋蓋住鏡面。
- (4)望遠鏡米尺的刻度單位為 mm 且有紅色與黑色兩段，若讀取的位置刻度範圍橫跨紅黑兩段，因經過零點刻度，故不可依記錄表將兩位置刻度直接相減來估算位置變化量(即 h_i 或 h'_i)，必須改為相加才是位置變化量。並注意計算時需統一轉換為 cm。



圖(4)

步驟：

- (1)裝置如圖(4)所示，因待測金屬棒置於底座刀口上，故實際應力所作用的棒長相當於底座的刀口間距，請以捲尺量測底座刀口間距 L ，並以游標尺量測棒寬 B 與棒厚 t ，填入表(1)中。
- (2)將光槓桿在紙上印成三足尖小孔，量測後足尖至前兩足尖連線之垂直距離 a ，填入表(1)中。
- (3)將三支金屬棒皆置於底座刀口上，其中待測金屬棒置於後，另兩支金屬棒相疊置於前，而槽碼架與鈎環鎖於待測金屬棒中央，然後，再將光槓桿的後足尖置於鈎環上，前兩足尖則置於相疊的兩金屬棒上。
- (4)調整望遠鏡米尺與鏡面在適當距離 d (約 1.2~1.5m)，轉動目鏡至十字線清晰，再伸縮

望遠鏡，使米尺刻度明顯呈現在十字線上(若十字線不明顯，請自訂參考位置)，讀取此時無負荷之尺像刻度，記為 p_0 ，即為零點位置，填入表(1)中。(※注意：尺像刻度單位為 mm，需轉換為 cm，再填入)

(5)每次增加 200g 槽碼，直至 1000g 為止，依序記錄望遠鏡中尺像的位置 p_1 、 p_2 、 p_3 、 p_4 、 p_5 ，填入表(1)中。(※注意：尺像刻度單位為 mm，需轉換為 cm，再填入)

(6)然後再將負荷依次減少 200g 槽碼，同樣記錄其位置 p_4' 、 p_3' 、 p_2' 、 p_1' 、 p_0' ，填入記錄表中。

(7)計算記錄表中的 h_i 、 h_i' 、 \bar{h}_i (四類別的平均值)，並將平均值 \bar{h}_i 代入(3)式，即可求得 Y ，

但注意各物理量單位必須統一為 CGS 制單位。

(8)取另二金屬棒，重覆上述步驟，記錄表格同表(1)，請自製。(※此步驟列為選擇性！)

記錄與問題：

表(1) 楊氏係數測定實驗記錄表

待測金屬棒：_____

刀口間距 $L =$ _____ cm		棒寬 $B =$ _____ cm		棒厚 $t =$ _____ cm		光槓桿前足至後足垂直距離 $a =$ _____ cm		鏡面至望遠鏡米尺距離 $d =$ _____ cm	
類別	槽碼重 M 克	加重之位 置 p_i (cm) (i 表類別)	減重之位 置 p_i' (cm) (i 表類別)	$h_i = p_i - p_0$ (i 表類別)	$h_i' = p_i' - p_0'$ (i 表類別)	平均值 $\bar{h}_i = \frac{h_i + h_i'}{2}$	楊氏係數 Y ($\times 10^{11} \text{ dyne/cm}^2$)		
0	0								
1	200								
2	400								
3	600								
4	800								
5	1000								
平均值									

1.請根據記錄繪出外加應力(即槽碼重 M)與平均值(\bar{h}_i)的曲線圖，並說明其中的關係。

2.為何反射鏡面轉動 θ 角，則反射光轉動 2θ ，請說明或推導之。

3.請估算待測金屬棒實驗值與公認值(如附錄)的百分誤差，並探討誤差的可能原因。

4.請根據楊氏係數定義推導本實驗的原理式： $H = \frac{1}{4} \left(\frac{L}{t} \right)^3 \cdot \frac{1}{B} \cdot \frac{Mg}{Y}$ 。(選擇作答)

討論：

附錄：

※各類固體的楊氏係數 $Y(\times 10^{11} \text{ dyne/cm}^2)$

物質	鑄鐵	鍛鐵	鋼鐵	銅	黃銅	青銅	鎳(97%)
楊氏係數	10~13	19~20	19.5~20.6	12.3~12.9	9.7~10.2	8.08	20.2

參考資料來源：

1. 劉順長編著，物理實驗(群冠儀器說明書)，平常心出版事業有限公司印行。
2. 宇全儀器公司編著，物理實驗，宇全儀器公司印行。